

Concurso Público para provimento dos cargos de servidores efetivos do
Ministério Público do Estado do Acre (MPAC)

RESPOSTA ESPERADA FINAL DA PROVA DISCURSIVA

Cargo: Analista Ministerial – Estatística

Questão 01

A função de verossimilhança é dada por

$$L(\mu; \sigma_0^2, x) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \mu, \sigma_0^2) = \prod_{i=1}^n \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0} e^{-\frac{1}{2\sigma_0^2}(x_i - \mu)^2} = \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0}\right)^n e^{-\frac{1}{2\sigma_0^2}\sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2}$$

A função log-verossimilhança é dada por

$$\log(L(\mu; \sigma_0^2, x)) = l(\mu; \sigma_0^2, x) = -\frac{n}{2} \log(2\pi) - n \log(\sigma_0) - \frac{1}{2\sigma_0^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2$$

A primeira derivada da função log-verossimilhança é dada por

$$\frac{dl(\mu; \sigma_0^2, x)}{d\mu} = \frac{1}{\sigma_0^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)$$

Um candidato a estimador de máxima verossimilhança é obtido igualando a primeira derivada da função log-verossimilhança a zero, ou seja

$$\frac{1}{\sigma_0^2} \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu}) = 0 \Rightarrow \sum_{i=1}^n (x_i - \hat{\mu}) = 0 \Rightarrow \left(\sum_{i=1}^n x_i\right) - n\hat{\mu} = 0 \Rightarrow \hat{\mu} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i = \bar{x}$$

A segunda derivada da função log-verossimilhança é dada por

$$\frac{d^2 l(\mu; \sigma_0^2, x)}{d^2 \mu} = \frac{-1}{\sigma_0^2}$$

Note que a segunda derivada da função log-verossimilhança é igual a uma constante e é sempre negativa. Portanto, é possível afirmar que a média amostral é o ponto de máximo da função log-verossimilhança, consequentemente é o estimador de máxima verossimilhança para μ .

Para a obtenção do estimador de máxima verossimilhança do parâmetro μ da distribuição normal $N(\mu, \sigma_0^2)$, com σ_0 conhecido, fazemos o seguinte processo:

- Encontrar a função de verossimilhança;
- Calcular a função log-verossimilhança;
- Calcular a primeira derivada da função log-verossimilhança;
- Igualar a primeira derivada da função log-verossimilhança a zero e encontrar um candidato a ponto de máximo da função;
- Calcular a segunda derivada da função log-verossimilhança e verificar que esta derivada é negativa para concluir que o candidato é ponto de máximo, e portanto, é o estimador de máxima verossimilhança.